Граничні теореми для випадкових рядів Діріхле

Руслан Костогриз

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Випадковий ряд Діріхле – це випадковий ряд з параметром $s > 0$ виду

$$X_\alpha(s) := \sum_{k\geq 2} \frac{(\log k)^\alpha}{k^{1/2+s}} \eta_k \,,$$

де $\alpha \in \mathbb{R}$, і $\eta_1, \eta_2, \ldots$ - незалежні копії випадкової величини η з нульовим середнім і скінченною дисперсією.

У 2023 році в статті [1] було доведено закон повторного логарифма (ЗПЛ) для випадкових рядів Діріхле при $s \to 0+$ за умови $\alpha > -1/2$. У роботі [2] було доведено ЗПЛ для граничного випадку $\alpha = -1/2$. Граничний випадок технічно складніший, адже при переході від $\alpha > -1/2$ до $\alpha = -1/2$ відбувається фазовий перехід у асимптотиці дисперсії випадкового ряду, що полягає у зміні степеневої асимптотики на логарифмічну. У першій частині доповіді я планую обговорити технічні деталі доведення ЗПЛ для граничного випадку.

Друга частина доповіді буде присвячена точній асимптотичній поведінці хвоста розподілу випадкового ряду Діріхле $S(\alpha) = \sum_{k\geq 1} k^{-\alpha}\eta_k$, де $\eta_1, \eta_2, \ldots$ – незалежні копії випадкової величини η. Ця асимптотика була встановлена в роботах [3] і [4]. Відмінність полягає в тому, що в роботі [3] припускається, що другий момент випадкової величини η є скінченним, а в роботі [4] – нескінченним. Виявилося, що асимптотика $P\{S(\alpha) > x\}$ при $x \to \infty$ у двох роботах є ідентичною, але з різними константами, у яких «захований» вплив лівого хвоста розподілу η.

Це дослідження було підтримане НФДУ (проєкт 2023.03/0059 'Внесок до сучасної теорії випадкових рядів').

Література:

[1] Buraczewski, D., Dong, C., Iksanov, A. and Marynych, A.: Limit theorems for random Dirichlet series. Stoch. Proc. Appl. **165**, 246–274 (2023).

[2] Iksanov, A. and Kostohryz, R.: Limit theorems for random Dirichlet series: boundary case. Modern Stochastics: Theory and Applications. **12** (2025), 1-27.

[3] Iksanov, A., Wachtel, V.: Precise tail behaviour of some Dirichlet series. J. Theor. Probab. **37** (2024), 2704–2736.

[4] Kostohryz R: Precise tail behavior of some random Dirichlet series with summands having an infinite second moment. Подана до друку в листопаді 2025 р.